

Roll No

BT-1002 (CBGS)**B.Tech., I & II Semester**

Examination, May 2018

Choice Based Grading System (CBGS)**Mathematics - I**

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Attempt any five questions out of eight.

आठ में से किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = x^2 + 2x - 8$, in the interval $(-4, 2)$.अन्तराल $(-4, 2)$ में फलन $f(x) = x^2 + 2x - 8$ के लिए रोले प्रमेय को सत्यापित कीजिए।b) Find the slope and equation of the tangent to the curve $y = x^3 - x$ at $x = 2$.वक्र $y = x^3 - x$ के बिंदु $x = 2$ पर स्पर्श रेखा की प्रवणता व समीकरण ज्ञात कीजिए।2. a) Evaluate $\int e^x \sin x dx$ using integration by parts.खण्डशः समाकलन की रीति से $\int e^x \sin x dx$ का मान ज्ञात कीजिए।b) Find equations of the tangent and normal to the curve $y = x^2$ at the point $(0, 0)$.वक्र $y = x^2$ के बिंदु $(0, 0)$ पर स्पर्श रेखा व अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए।3. a) Expand the function $f(x) = \cos x$ in Maclaurin series and hence find approximate value of $\cos 18^\circ$.फलन $f(x) = \cos x$ का मैक्लारिन श्रेणी में प्रसार कीजिये और $\cos 18^\circ$ का सन्निकट मान ज्ञात कीजिये।

b) Verify Euler's theorem for the function

$$u = \sin^{-1} \left(\frac{x^2 + y^2}{x + y} \right)$$

फलन $u = \sin^{-1} \left(\frac{x^2 + y^2}{x + y} \right)$ के लिए यूलर की प्रमेय का सत्यापन कीजिए।4. a) Find the maximum and minimum value of the function $x^3 + y^3 - 3axy$.फलन $x^3 + y^3 - 3axy$ का महत्तम व न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

- b) If $x^x y^y z^z = c$, then show that at $x = y = z$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -(x \log ex)^{-1}$$

यदि $x^x y^y z^z = c$ हो तो सिद्ध कीजिए कि $x = y = z$ पर

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -(x \log ex)^{-1}$$

5. a) Evaluate the limit $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{n^1}{n^n} \right\}^{1/n}$.

सीमा $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{n^1}{n^n} \right\}^{1/n}$ का मूल्यांकन कीजिए
rgpvonline.com

- b) Prove that $\sqrt{(n+1)} = n \sqrt{(n)}$.

सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{(n+1)} = n \sqrt{(n)}$

6. a) Prove that $2 \int_0^{\pi/2} \sin^{2m-1} \theta \cos^{2n-1} \theta d\theta = B(m, n)$.

सिद्ध कीजिए कि $2 \int_0^{\pi/2} \sin^{2m-1} \theta \cos^{2n-1} \theta d\theta = B(m, n)$

- b) Evaluate $\int_0^2 \int_0^1 (x^2 + y^2) dx dy$.

$\int_0^2 \int_0^1 (x^2 + y^2) dx dy$ का मान ज्ञात कीजिए।

7. a) Evaluate the triple integral $\int_{y=0}^1 \int_{x=y^2}^1 \int_{z=0}^{1-x} x dz dx dy$.

त्रिक समाकलन $\int_{y=0}^1 \int_{x=y^2}^1 \int_{z=0}^{1-x} x dz dx dy$ का मान ज्ञात कीजिए।

- b) Find by triple integration, the volume of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

त्रिक समाकलन का प्रयोग कर गोले $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ का आयतन कीजिए।

8. a) Find radius of curvature at a point 't' of the curve $x = a \cos t, y = b \sin t$.

वक्र $x = a \cos t, y = b \sin t$ के बिंदु 't' पर वक्रता त्रिज्या ज्ञात कीजिए

- b) If $u = x \log xy$ where $x^3 + y^3 + 3xy = 1$, then find $\frac{du}{dx}$.

यदि $u = x \log xy$ हो तो $\frac{du}{dx}$ ज्ञात कीजिए जहाँ $x^3 + y^3 + 3xy = 1$
