

Roll No ...

**IS-302 (GS)**  
**B.Tech., III Semester**  
 Examination, November 2022  
**Grading System (GS)**  
**Discrete Structures**

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Answer any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्न के समान अंक हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Show that if  $(A, \leq)$  and  $(B, \leq)$  are posets. Prove that  $(A \times B)$  is a poset, where  $(a, b) \leq (c, d)$ . If  $a \leq c$  in  $A$  and  $b \leq d$  in  $B$ .

दिखाएँ कि यदि  $(A, \leq)$  और  $(B, \leq)$  पोसेट हैं। सिद्ध कीजिए कि  $(A \times B)$  एक पोसेट है, जहाँ  $(a, b) \leq (c, d)$  है। यदि  $A$  में  $a \leq c$  और  $B$  में  $b \leq d$  है।

b) Let  $N = \{1, 2, 3, \dots\}$  and a relation is defined in  $N \times N$  as follows  $(x, y)R(u, v)$  if and only if  $xv = yu$  then show whether  $R$  is a equivalence relation or not.

मान लीजिए  $N = \{1, 2, 3, \dots\}$  और एक संबंध  $N \times N$  में इस प्रकार परिभाषित किया गया है  $(x, y)R(u, v)$  यदि और केवल यदि  $xv = yu$  तो दिखाएँ कि  $R$  एक तुल्यता संबंध है या नहीं।

2. a) If  $R$  and  $S$  are equivalence relation on the set  $A$ . Show that the following are equivalence relation  $(R \cup S)$  and  $(R \cap S)$ .

यदि  $R$  और  $S$  समुच्चय  $A$  पर तुल्यता संबंध हैं। दर्शाइए कि निम्नलिखित तुल्यता संबंध  $(R \cup S)$  और  $(R \cap S)$  है।

b) Define the pendent vertices of a tree. Prove that every tree  $T = T(v, e)$  with  $v$  vertices and  $e$  edges,  $|V| \geq 2$  has at least two pendent vertices.

एक tree के pendent शीर्षों को परिभाषित करें। सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक वृक्ष  $T = T(v, e)$   $v$  शीर्षों और  $e$  किनारों के साथ,  $|V| \geq 2$  में कम से कम दो pendent हुए शीर्ष हैं।

3. a) Define and explain any four of the following with suitable example.

i) Bipartite graph

ii) Hamiltonian paths and circuit

iii) Chromatic number and graph coloring of a graph

iv) Adjacency matrix of graph

v) Binary search tree

निम्नलिखित में से किन्हीं चार को उपयुक्त उदाहरण सहित परिभाषित कीजिए और समझाइए।

i) द्विपक्षीय ग्राफ

ii) हैमिल्टनियन पथ और सर्किट

iii) एक ग्राफ की रंगीन संख्या और ग्राफ रंग

iv) ग्राफ की निकटता मैट्रिक्स

v) बाइनरी सर्च ट्री

- b) Solve the recurrence relation  $ar+2-2ar+1+ar=2r$  by the method of generating function with initial condition  $a_0=2$  and  $a_1=1$ .

पुनरावृत्ति संबंध हल करें  $ar+2-2ar+1+ar=2r$  प्रारंभिक स्थिति  $a_0=2$  और  $a_1=1$  के साथ फंक्शन उत्पन्न करने की विधि द्वारा।

4. a) What is the recursion and recurrence relation? Solve the following recurrence relation using initial condition as  $S(0) = S(1) = 1$

$$S(K) - 9S(K-1) + 8S(K-2) = 9K+1.$$

पुनरावर्तन और पुनरावृत्ति संबंध क्या है?  $S(0) = S(1) = 1$  के रूप में प्रारंभिक स्थिति का उपयोग करके निम्नलिखित पुनरावृत्ति संबंध को हल करें।

$$S(K) - 9S(K-1) + 8S(K-2) = 9K+1$$

- b) Prove that in a distributive lattice, if an element has a complement then this complement is unique.

सिद्ध कीजिए कि वितरण जालक में यदि किसी तत्व का पूरक है तो यह पूरक अद्वितीय है।

5. a) Let  $G$  is the group of real number under addition, and let  $G'$  be the group of positive real number under multiplication. Let  $G \rightarrow G'$  be defined by  $f(x) = ex$ . Determine whether  $f$  is an isomorphism or not.

मान लीजिए  $G$  योग के अंतर्गत वास्तविक संख्या का समूह है, और  $G'$  गुणन के अंतर्गत धनात्मक वास्तविक संख्या का समूह है। मान लीजिए  $G \rightarrow G'$  को  $f(x) = ex$  द्वारा परिभाषित किया जाता है। निर्धारित करें कि  $f$  एक समरूपी है या नहीं।

- b) Prove that the set  $G = \{1, -1, i, -i\}$  where  $i = (-1)^{1/2}$  is a finite abelian group with respect to multiplication of complex number. If  $G$  is cyclic group then determine the generator of  $G$ .

सिद्ध कीजिए कि समुच्चय  $G = \{1, -1, i, -i\}$  जहाँ  $i = (-1)^{1/2}$  सम्मिश्र संख्या के गुणन के संबंध में एक परिमित आबेलियन समूह है। यदि  $G$  चक्रीय समूह है तो  $G$  का जनक ज्ञात कीजिए।

6. a) Define and explain the following with suitable example.

- Cyclic group
- Zero divisor of a ring
- Order of an element of a group
- Field
- DFS and BFS

निम्नलिखित को परिभाषित कर उपयुक्त उदाहरण सहित समझाइए।

- चक्रीय समूह
- वलय का शून्य भाजक
- एक समूह के एक तत्व का क्रम
- क्षेत्र
- DFS और BFS

- b) Show that  $((P \vee Q) \wedge \neg(\neg Q \vee \neg R)) \vee (\neg P \vee \neg Q) \vee (\neg P \vee \neg R)$  is a tautology by using equivalences. दिखाएँ कि  $((P \vee Q) \wedge \neg(\neg Q \vee \neg R)) \vee (\neg P \vee \neg Q) \vee (\neg P \vee \neg R)$  तुल्यता का उपयोग करके एक tautology है।

7. a) Explain various Rules of Inference for Propositional Logic.  
प्रस्तावित तर्क के लिए अनुमान के विभिन्न नियमों की व्याख्या करें।
- b) A collection of 10 electric bulbs contain 3 defective ones
- In how many ways can a sample of four bulbs be selected?
  - In how many ways can a sample of 4 bulbs be selected which contain 2 good bulbs and 2 defective ones?
  - In how many ways can a sample of 4 bulbs be selected so that either the sample contains 3 good ones and 1 defectives ones or 1 good and 3 defectives ones?
- 10 बिजली के बल्बों के संग्रह में 3 दोषपूर्ण हैं।
- चार बल्बों के नमूने को कितने तरीकों से चुना जा सकता है?
  - कितने तरीकों से 4 बल्बों का एक नमूना चुना जा सकता है जिसमें 2 अच्छे बल्ब और 2 दोषपूर्ण हैं?
  - कितने तरीकों से 4 बल्बों का एक नमूना चुना जा सकता है ताकि या तो नमूने में 3 अच्छे और 1 दोषपूर्ण या 1 अच्छा और 3 दोषपूर्ण हों?

8. a) Draw a binary tree which following traversal:  
एक बाइनरी ट्री ड्रा करें जो ट्रैवर्सल का अनुसरण करता है।  
In order: D B H E A I F J C G  
Preorder: A B D E H C F I J G
- b) A total of 1240 students have taken a course in Spanish, 887 have taken a course in French, and 122 have taken a course in Russian. Further, 111 have taken courses in both Spanish and French, 31 have taken courses in both Spanish and Russian, and 22 have taken courses in both French and Russian. If 2100 students have taken at least one of Spanish, French, and Russian, how many students have taken a course in all three languages?

कुल 1240 छात्रों ने स्पेनिश में एक कोर्स किया है, 887 ने फ्रेंच में एक कोर्स किया है, और 122 ने रूसी में एक कोर्स किया है। इसके अलावा, 111 ने स्पेनिश और फ्रेंच दोनों में पाठ्यक्रम लिया है, 31 ने स्पेनिश और रूसी दोनों में पाठ्यक्रम लिया है, और 22 ने फ्रेंच और रूसी दोनों में पाठ्यक्रम लिया है। यदि 2100 छात्रों ने कम से कम एक स्पेनिश, फ्रेंच और रूसी में से एक लिया है, तो कितने छात्रों ने तीनों भाषाओं में पाठ्यक्रम लिया है?

\*\*\*\*\*